Estimarea coeficienților de dispersie longitudinală utilizând mărimi hidraulice ușor măsurabile

Estimation of longitudinal dispersion coefficient using hydraulic measurable sizes

Marius Iliescu[1], Elena Iatan[1]

[1] Universitatea Tehnică de Construcții București – Facultatea de Inginerie a Instalațiilor,
Bd. Pache Protopopescu, nr.66, București, România
E-mail: marius.iliescu.utcb@gmail.com

Rezumat. *Situația în care o substanță nedorită este deversată într-o curgere constituie o problemă pentru evaluarea calității apei din avalul punctului de deversare. Pentru a estima calitatea apelor curgătoare trebuie studiate fenomenele de transport asociate curgerii. Coeficientul de dispersie longitudinală este asociat celui mai important mecanism de transport și este absolut necesară estimarea acestuia. In lucrarea de față este prezentat un scurt istoric al apariției relațiilor utilizate pentru evaluatea coeficientului de dispersie longitudinală și de asemenea sunt precizate simplificările pe care acestea le introduc și efectele unei evaluări imprecise ale coeficientului de dispersie longitudinală.*

Abstract. *In case of an accidentally spill in a fowing water it is necessary to estimate the water quality downstream of the spill. In order to estimate the water quality we are interested in the study of transport phenomena. The dispersion coefficient is associated to the most effective transport mechanism. In this paper we present a brief historical development of the relations used to estimate the longitudinal dispersion coefficient, the introduced approximations and the effects of an imprecise estimation of the longitudinal dispersion coefficient.*

1. INTRODUCERE

Pentru a evalua calitatea apelor curgătoare trebuie studiate fenomenele de transport asociate curgerii. În cele ce urmează se va considera transportul unei substanțe pasive iar masa substanței introdusă în curgere se consideră suficient de amestecată cu apa din emisar astfel încât să ocupe întreaga secțiune trasnversală a curgerii. Distribuția concentrației tinde către o distribuție Gaussiană. În aceste condiții Taylor a demonstrat că efectele bidimensionale ale difuziei laterale și convecției longitudinale pot fi exprimate printr-o ecuație monodimensională de tip difuziv, scrisă sub forma prezentată în ecuația (1):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial C}{\partial x}\right) \qquad (1)$$

în care U este viteza medie pe secțiunea curgerii, C este concentrația substanței, t este timpul, x este cooedonata în lungul căreia are loc curgerea iar D este coeficientul de dispersie longitudinală ce va trebui estimat. Dacă se cunosc condițiile limită și condițiile inițiale există soluție analitică a relației (1) prezentată mai sus.

În tabelul (1) sunt centralizate intervale specifice de valori pentru diverși coeficienți de transport cu scopul de a evidenția importanța și raportul dintre fenomenele implicate.

Tabel (1)

Proces de transport	Direcție	Interval tipic de valori [m^2/s]
Difuzie moleculară	Vertical	10^{-8}….10^{-9}
	Lateral	10^{-8}….10^{-9}
	Longitudinal	10^{-8}….10^{-9}
Difuzie turbulentă	Vertical	10^{-6}….10^{-2}
	Lateral	10^{-2}….10^{2}
	Longitudinal	10^{-2}….10^{2}
Dispersie	Vertical	10^{-3}….10^{-1}
	Lateral	10^{-2}….10^{0}
	Longitudinal	10^{-1}….10^{4}

2. ESTIMAREA COEFICIENȚILOR DE DISPERSIE LONGITUDINALĂ

Pentru un canal prismatic de adâncime constantă, rata transportului dispersiv este proporțională cu gradientul longitudinal al concentrației, invers proporțional cu coeficientul de difuzie turbulentă mediat pe adâncime, notat $\langle \varepsilon_T \rangle$, și depinde de asemenea de integrala deficitului de viteză mediată pe adâncimea curgerii. Exprimarea fluxului de dispersie este similară legii lui Fick, cu coeficientul de dispersie longitudinală pe post de coeficient de transfer al masei. Fischer (1979) a scris generalizat forma coeficientului de dispersie longitudinală astfel:

$$D = -\frac{1}{A}\int_0^B \left\{ \left(\langle u \rangle - U\right) y(\eta) \int_0^\eta \left[\frac{1}{\langle \varepsilon_T \rangle y(\eta)} \int_0^\eta \left(\langle u \rangle - U\right) y(\eta) d\eta \right] d\eta \right\} d\eta \qquad (2)$$

În care B este lățimea secțiunii curgerii, y este adîncimea locală iar η este parametrul de integrare în direcția transversală.

Dacă sunt disponibile măsurări ale vitezei și este cunoscut coeficientul de difuzie turbulentă, utilizînd relația (2) prezentată mai sus se poate estima coeficientul de

dispersie longitudinală. Această relație nu este însă comod de utilizat. Astfel, Fischer a propus și o relație ce utilizează mărimi hidraulice ușor măsurabile, structurată după relația (2) obținută din considerente teoretice pentru un canal de adâncime constantă.

$$D = I\overline{\left(\langle u\rangle - U\right)^2} l^2 / \langle \varepsilon_T \rangle \qquad (3)$$

În care I este o integrală adimensională a cărei valoare depinde de distribuția vitezei; bara de deasupra indică media pe secțiunea transversală iar l este o lungime considerată caracteristică. Fischer a estimat valoarea parametrului $I = 0{,}07$ și media pe secțiunea transversală a curgerii a pătratului deficitului de viteză, prin măsurări în laborator, ca fiind egală cu $0{,}2U^2$; considerând forma oarecum asimetrică a secțiunilor curgerii a ales $l = 0{,}7B$ iar ca valoare medie pentru coeficientul de difuzie turbulentă a utilizat $\langle \varepsilon_T \rangle = 0{,}6hu_*$, unde h este adancimea medie iar u_* media vitezei de frecare. Relația (3) a luat forma:

$$D = \frac{0{,}011U^2B^2}{hu_*} \qquad (4)$$

Rezultatele obținute cu această relație sunt destul de aproximative (Fischer 1979). Avantajul ei este că este mai comod de utilizat în aplicații practice, rezulatele obținute fiind relativ mai puțin sensibile la valoarea exactă a lui D deoarece valoarea maxima a concentrației și lungimea norului de substanță depind de $\sqrt{D}$.
Relația (3) mai poate fi scrisă sub forma:

$$D = \langle u' \rangle^2 \frac{(0{,}7B)^2}{0{,}6hu_*} \qquad (5)$$

Unde u' este media deviației vitezei și în acest moment principala problemă devine evaluarea acesteia. Pornind de la legea deficitului de viteză: $u' = u - U = (u_*/\kappa)F(\xi)$ unde ξ distanța adimensională de la frontiera solidă. Distribuția vitezei într-o curgere naturală este însă mult mai complicată decât funcția $F(\xi)$. Se poate scrie $\langle u' \rangle^2 = \phi(u_*/\kappa)^2$ iar relația (5) devine:

$$D = \Phi \frac{u_* B^2}{h} \qquad (6)$$

Parametrul Φ înglobînd în el toate constantele.
Factorul Φ a fost evaluat utilizând date experimentale obținute de la 16 curgeri râuri [1] și s-a obținut o valoare medie de $0{,}6$. Cu această valoare medie introdusă în relația

(6) s-au obținut apoi valori pentru coeficientul de dispersie longitudinală. Experimental [1] s-a observat că relația (6) duce la o îmbunătățire a rezultatelor în comparație cu relația (4). Diferențele dintre valorile calculate și cele măsurate ale coeficientului de dispersie longitudinală sunt datorate și blocării temporare a substanței studiate în anumite zone (cavități) existente la frontiera curgerii. Acest fenomen nu este cuprins în relația (4) iar în relația (6) apare doar implicit și incomplet prin intermediul parametrului Φ. Abordarea monodimensională a fenomenului este valabilă doar după o anumită perioadă de timp în care transportul este bidimensional astfel, punctele de măsura trebuie fixate în zonele în care relațiile de mai sus sunt aplicabile. Fischer a sugerat că aproximarea monodimensională este adecvată pentru valori ale lui $x > 0{,}4UB^2/\langle\varepsilon_T\rangle$, o distanță care poate ajunge la valori importante.

Alte relații care utilizează mărimi hidraulice usor masurabile pentru evaluarea coeficientului de dispersie longitudinală sunt specificate mai jos:

Elder (1959) : $D = 5{,}93hu_*$ (7)

unde h este adîncimea curgerii iar u_* este viteza de frecare.

Fischer (1975): $D = 0{,}011\dfrac{u^2B^2}{hu_*}$ (8)

unde u este viteza medie în secțiunea transversală a curegrii, B este lățimea canalului, h este adîncimea medie a curgerii iar u_* este viteza de frecare.

McQuivey & Keefer (1974): $D = 0{,}058\dfrac{hu}{S}$ (9)

Liu (1977): $D = \beta\dfrac{u^2B^2}{hu_*}$ (10)

Utilizând metoda celor mai mici pătrate s-a dedus următoarea formă pentru coeficientul β:

$$\beta = 0{,}18\left(\frac{u_*}{u}\right)^{1{,}5}$$

Magazine (1988): $\dfrac{D}{Ru} = 75{,}86P^{-1{,}632}$ (11)

unde $\dfrac{D}{Ru}$ este coeficientul adimensional de dispersie longitudinală, R este raza hidraulică, u este viteza medie pe secțiunea transversală a curgerii, u_* este viteza de frecare și P este un parametru care înglobează atat influența rezistenței la înaintare cît și efectele de "blocare" a substanței considerate în zonele moarte dintr-o curgere.

Iwasa & Aya (1991): $\frac{D}{hu_*} = 2\left(\frac{B}{h}\right)^{1,5}$ (12)

În care termenii utilizați au semnificația de mai sus.

Relația (7) în general s-a observat că subestimează puternic valoarea coeficientului de dispersie longitudinală cel mai probabil deoarece a fost obținută în condiții de laborator. Această relație nu poate fi utilizată pentru curgeri în cursuri naturale. Pentru curgeri în canale cu lățime mai mare de 200 m atît ecuația (8) cît și ecuația (10) supraestimează valorile coeficientului de dispersie longitudinală cel mai probabil datorită termenului u^2. Relațiile (9) și (12) dau rezultate relativ bune, fără subestimări sau supraestimări importante.

Pornind de la relația de dependență de mai jos:

$D = f_1(\rho, \mu, u, u_*, h, B, S_f, S_n)$ în care S_f reprezintă un factor care ține cont de forma patului curgerii și S_n este un factor care ține cont de sinuozitățile curgerii și utilizând analiza dimensională se obține o nouă relație scrisă utilizând grupări adimensionale:

$\frac{D}{hu_*} = f_2\left(\rho\frac{uh}{\mu}, \frac{u}{u_*}, \frac{B}{h}, S_f, S_n\right)$ unde D/hu_* este coeficient adimensional de dispersie; $\rho hu/\mu$ este numărul Reynolds; B/h este raportul dintre lățimea și adâncimea secțiunii curgerii; $u/u_* = (8/f)^{0,5}$ iar S_f și S_n sunt neregularități verticale și transversale pe parcursul curgerii naturale. Aceste neregularități cauzează curenți secundari care influențează procesul de amestec. Deoarece acești parametrii sunt greu de evaluat și au fost incluși în coeficientul de frecare. Pentru curgeri complet turbulente în canale cu suprafață liberă și frontiera curgerii rugoasă s-a demonstrat că efectul numărului Reynolds este neglijabil. Astfel, relația (12) devine:

$$\frac{D}{hu_*} = f_3\left(\frac{u}{u_*}, \frac{B}{h}\right) \quad (13)$$

Experimental[2] s-a demonstrat creșterea coeficientul de dispersie longitudinală exprimat adimensional atît cu creșterea termenului ce exprimă fenomenul de frecare cît și cu creșterea raportului dintre caracteristicile geometrice ale secțiunii curgerii B/h.

Utilizand[2] date experimentale provenite de la 35 de cursuri naturale (latimea, adancimea, panta, viteza medie pe sectiune, viteza de frecare valori ale coeficientului de dispersie) și metoda de regresie Hubert s-au obtinut coeficienții aferenți relației de

mai sus şi o noua relaţie ce utilizează mărimi hidraulice uşor măsurabile pentru a evalua coeficientul de dispersie longitudinală.

$$\frac{D}{hu_*} = 5{,}915\left(\frac{u}{u_*}\right)^{0{,}620}\left(\frac{B}{h}\right)^{1{,}428} \qquad (14)$$

Ca metodă de regresie s-a utilizat şi metoda celor mai mici pătrate obţinându-se relaţia următoare:

$$\frac{D}{hu_*} = 0{,}64\left(\frac{u}{u_*}\right)^{1{,}23}\left(\frac{B}{h}\right)^{1{,}25} \qquad (15)$$

În cazul relaţiei (14) coeficientul de corelare cu datele experimentale este de 0,75 iar în cazul relaţiei (15) valoarea lui este 0,66.

Pentru a evalua precizia acestei noi relaţii s-au folosit date experimentale provenite de la 24 de râuri şi relaţiile care s-au dovedit a da rezultate relativ bune, anume cele propuse de McQuivey & Keefer (1974), Liu (1977) si Iwasa & Aya (1991). Se defineşte rata de discrepanţă astfel:

$$RD = \log\frac{De}{Dm} \qquad (16)$$

Unde De este valoarea estimată pentru coeficientul de dispersie longitudinală iar Dm este valoarea obţinută experimental. Când rata de discrepanţă are valoarea 0 valorile estimate coincid cu valorile măsurate. Dacă rata de discrepanţă are valori mai mari de 0 înseamnă că relaţia utilizată pentru coeficientul de dispersie longitudinală supraestimează valorile iar daca relaţia (16) are valori negative înseamnă că există o subestimare a coeficientului de dispersie longitudinală. Acurateţea obţinută utilizând o anumită relaţie se defineşte ca procentul de valori ale ratei de discrepanţă care se găsesc în intervalul $-0{,}3$ si $0{,}3$ din numărul total de valori disponibile.

3. EFECTELE UNEI EVALUARI IMPRECISE A COEFICIENTULUI DE DISPERSIE LONGITUDINALĂ

Rezultatul modelului propus de Taylor (1954) este că dispersia longitudinală poate fi modelată utilizând legea difuziei de tip Fick. Astfel, se poate scrie următoarea relaţie pentru a obţine valoarea de vârf a concentraţiei:

$$C_v = \frac{M}{2A\sqrt{\pi Dx/u}} \qquad (17)$$

Pornind de la intervalul considerat acceptabil pentru rata de discrepanță se obține: $RD = \log(De/Dm) \Rightarrow De \cong 2Dm \Rightarrow \sqrt{De} \cong 1{,}4\sqrt{Dm}$.

Este importantă evaluarea implicațiilor unei determinări imprecise a coeficientului de dispersie longitudinală. Lungimea norului de substanță poluantă se poate evalua cu relația:

$$L \approx 4\sqrt{2Dt} \qquad (18)$$

Iar vârful concentrației cu relația:

$$C_v = M/\sqrt{4\pi Dt} \qquad (19)$$

În intervalul $0{,}5 \le D/D_{estimat} \le 2$ erorile relative față de evaluarea lungimii norului de poluant și a vîrfului concentrației sunt date de relațiile (20) și (21):

$$\Delta L/L = \sqrt{D_{estimat}/D} - 1 \qquad (20)$$

$$\Delta C_V/C_V = \sqrt{D/D_{estimat}} - 1 \qquad (21)$$

și se găsesc în intervalul $-0{,}3 \le \Delta L/L \le 0{,}4$ respectiv $-0{,}3 \le \Delta C_{\max}/C_{\max} \le 0{,}4$. Aceste abateri nu sunt neglijabile. Chiar și în aceste condiții introducerea fenomenului de dispersie aduce acuratețe suplimentară în procedurile de evaluare a calității apei.

4. BIBLIOGRAFIE

[1] Koussis A.D. & Mirasol J.R. – Hydraulic estimation of dispersion coefficient for streams – Journal of Hydraulic Engineering – 1998

[2] Seo I. W. & Cheong T. S. – Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams – Journal of Hydraulic Engineering – 1998

[3] Brodkey & Hershey – Transport phenomena – 1992

[4] Iamandi C. & Damian R. M. – Notiuni de difuzie si dispersie – 1983

[5] Fischer H. B. – Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams – 1966